الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات و المسابقات

امتحان البكالوريا التجريبي — المقاطعة رقم 1 لولاية غرداية

الشعبة : علوم تجريبية — دورة : ماي 2019

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة :03 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأوّل :

التمرين الأول: (04 نقاط)

(U_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي $U_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $U_{n+1} = 5 - \dfrac{4}{U_n}$

1) أحسب U_1 ، U_2 ثم برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n: $2 \leq U_n \leq 4$

2) بين ان (U_n) متزايدة .ثم استنتج أنها متقاربة .

3) برهن انه من اجل كل عدد طبيعي n: $4 - U_{n+1} \leq \dfrac{4 - U_n}{2}$.

4) استنتج انه من اجل كل عدد طبيعي n: $0 \leq 4 - U_n \leq (\dfrac{1}{2})^{n-1}$ ثم احسب $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \overrightarrow{u}; \overrightarrow{v})$. نعتبر النقط A ، B ، C و D لواحقها على الترتيب Z_A ، Z_B ، Z_C و Z_D حيث: $Z_A = i\sqrt{3}$ ، $Z_B = \overline{Z_A}$ ، $Z_C = 3 + 2i\sqrt{3}$ و $Z_D = \overline{Z_C}$

1) بين أن: $\left(\dfrac{1+Z_A}{2}\right)^{2019} + \left(\dfrac{1-Z_A}{2}\right)^{2019} = -2$

– عين قيم العدد الطبيعي n بحيث: $\left(\dfrac{1+Z_A}{2}\right)^{n} - \left(\dfrac{1-Z_A}{2}\right)^{n} = 0$

2) تحقق أن: $\dfrac{Z_C - Z_A}{Z_D - Z_A} = \dfrac{Z_D - Z_B}{Z_B - Z_C}$ ثم استنتج أن النقط A, B, C, D تنتمي إلى نفس الدائرة يطلب تعيين عناصرها المميزة.

3) عين طبيعة الرباعي $ABDC$ ثم احسب مساحته.

4) f التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة Z النقطة M' ذات اللاحقة Z' حيث:

$$Z' = \frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A}(Z - Z_A) + Z_A$$

. عين طبيعة التحويل f و عناصره المميزة .

5) (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z حيث: ($Z \neq Z_A$ و $Z \neq Z_B$) المعرفة بالعلاقة:

$(E) : arg(Z^2 + 3) = arg(Z + i\sqrt{3}) + 2k\pi$ مع $k \in \mathbb{Z}$

– بين أنه يمكن كتابة العلاقة للمجموعة (E) على الشكل: $arg(Z - Z_A) = 2k\pi$ ثم استنتج طبيعة المجموعة (E) .

التمرين الثالث: (04 نقاط)

تتكون باقة ورد من أربع وردات حمراء وثلاث وردات بيضاء ووردتين لونهما أصفر.

I) نختار عشوائيا وفي آن واحد ثلاث وردات من هذه الباقة.
ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الوردات الصفراء المختارة.
1) أعط قانون احتمال المتغير العشوائي X.
2) أحسب $E(X)$ الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X.

II) نختار على التوالي وبدون إرجاع ثلاث وردات من هذه الباقة.
نعتبر الحادثتان التاليتان:
الحدث A: " اختيار ثلاث وردات من نفس اللون ".
الحدث B: " اختيار وردتين على الأقل لونهما أحمر ".
1) أحسب الإحتمالات التالية $P(A)$ ، $P(B)$ و $P(A \cap B)$.
2) علما أن الوردات المختارة من نفس اللون ، ما هو الاحتمال أن تكون حمراء. (الحدث R: اختيار ثلاث وردات حمراء)

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) يعطى في الشكل المرفق المنحنيين (C_1) و (C_2) لدالتين معرفتين وقابلتين للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ، نعلم أن احدى هاتين الدالتين هي الدالة المشتقة للأخرى ، نرمز إليهما إذن بـ g و g' .
1) أرفق كل دالة منهما بتمثيلها البياني.
2) على المجال $[-\frac{3}{2};5]$ شكل جدول تغيرات الدالة g.
3) ماهو معامل توجيه المماس للمنحني (C_1) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

II) لتكن المعادلة التفاضلية (E): $y' + y = 2(x+1)e^{-x}$
1) بين أن الدالة f_0 المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f_0(x) = (x^2+2x)e^{-x}$ حل للمعادلة (E).
2) حل المعادلة التفاضلية (E'): $y' + y = 0$.
3) بين أن f حل للمعادلة (E) إذا وفقط إذا كانت الدالة u حيث $u = f - f_0$ حلا للمعادلة (E').
4) استنتج من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، عبارة $f(x)$ عندما تكون f حلا للمعادلة (E).
5) علما أن الدالة g المعرفة في الجزء (I) حلا للمعادلة (E) عين $g(x)$ من أجل كل عدد حقيقي x.
6) عين الحل h للمعادلة (E) الذي تمثيله البياني يقبل في النقطة ذات الفاصلة 0 مماسا معامل توجيهه معدوما.

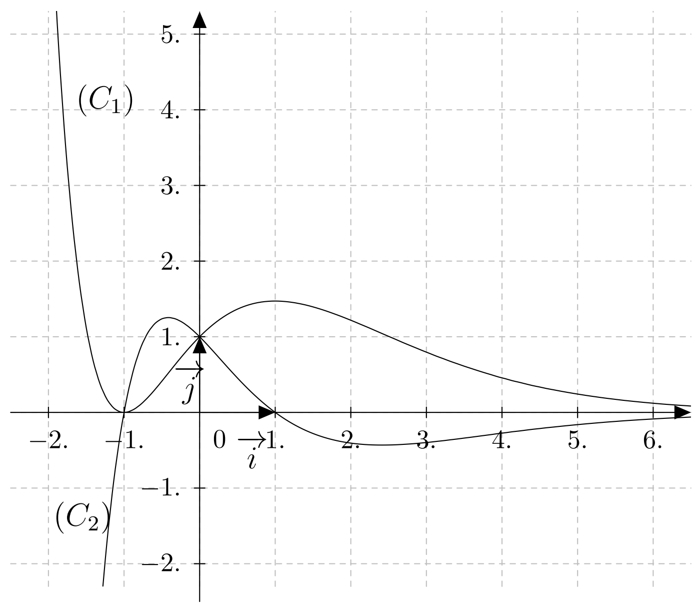
III) f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (x^2+2x+2)e^{-x}$.
1) عين نهاية f عند $+\infty$ وعند $-\infty$.
2) نعلم أن الدالة f تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$ ، عين دالتها المشتقة وأدرس اشارتها، ثم أنجز جدول تغيراتها.
3) في معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ (وحدة الطول $2cm$) ، نسمي (C_f) التمثيل البياني للدالة f.
ا) عين معادلة لـ (d) مماس المنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة -1.

ب) أنشئ المماس (d) والمنحنى (C_f) في المعلم $\left(O; \overrightarrow{i}; \overrightarrow{j}\right)$.

4) لتكن الدالة F المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$.

ا) عين الأعداد الحقيقية a، b و c حتى تكون F دالة أصلية لـ f على $\mathbb{R}$.

ب) أحسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) وبمحور التراتيب و محور الفواصل والمستقيم ذي المعادلة $x = 1$.



الموضوع الثّاني :

التمرين الأول: (04 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O; \vec{i}; \vec{j}\right)$

f الدالة المعرفة على المجال $[1, +\infty[$ بالشكل: $f(x) = 1 + \sqrt{x-1}$, و ليكن (C_f) المنحنى الممثل لها.

(Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = x$ (كما هو موضح في الشكل 1).

ولتكن (U_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول $U_0 = \dfrac{3}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $U_{n+1} = f(U_n)$

1) ا) مثل على حامل محور الفواصل الحدود U_0 ، U_1 ، U_2 دون حسابها مبينا خطوط الإنشاء.(الشكل 1)

ب) خمن إتجاه تغير المتتالية (U_n) وتقاربها.

ج) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n فان $1 < U_n < 2$.

2) أثبت ان المتتالية (U_n) متزايدة تماما.ثم استنتج أنها متقاربة .

3) نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بالشكل: $V_n = ln(U_n - 1)$

ا) بين أّن المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين اساسها وحدها الأول.

ب) أكتب عبارة الحد العام (V_n) بدلالة n ثم استنتج $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$

4) احسب كلا من Π_n و S_n بدلالة n حيث:

$$\Pi_n = (U_0 - 1)(U_1 - 1)(U_2 - 1)...(U_n - 1)$$

$$S_n = V_0^2 + V_1^2 + V_2^2 + ... + V_n^2 \text{ .}$$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $(Z + \sqrt{3} - 3i)(Z^2 - 6Z + 12) = 0$

2) في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد متجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

نعتبر النقط A ، B ، C التي لواحقها على الترتيب. $Z_A = 3 + i\sqrt{3}$ ، $Z_B = 3 - i\sqrt{3}$ ، $Z_C = -\sqrt{3} + 3i$

ا) أكتب كلا من Z_A و Z_C و $\dfrac{Z_C}{Z_A}$ على الشكل الأسي ثم استنتج طبيعة المثلث OAC.

ب) أحسب $\left(\dfrac{Z_A}{2\sqrt{3}}\right)^{1440} + i\left(\dfrac{Z_B}{2\sqrt{3}}\right)^{2019}$

3) لتكن النقطة D نظيرة C بالنسبة إلى محور الفواصل ، بين أن المستقيمين (AD) و (BC) متعامدان.

4) عين نسبة وزاوية التشابه المباشر S الذي مركزه $E(3 - \sqrt{3}, 0)$ ويحول النقطة A إلى النقطة C.

5) بين أن النقط A, E, O, C تنتمي إلى دائرة واحدة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

يحتوي صندوق U_1 على 4 كرات حمراء و 3 كرات بيضاء ، و يحتوي صندوق U_2 على كرتين حمراوين و 5 كرات بيضاء ، و يحتوي صندوق U_3 على 3 كرات تحمل الرقم 1 و كرتين تحملان معا الرقم 2.

1) نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كرات من U_1، (ولا نهتم بالصندوقين U_2 و U_3).
   ا) ما هو عدد الحالات الممكنة .
   ب) ما هو احتمال الحصول على 3 كرات من نفس اللون.
   ج) ماهو احتمال الحصول على كرة بيضاء على الأقل.
   د) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الكرات البيضاء المسحوبة.
      – حدد قانون احتمال X.

2) نسحب الآن كرة من U_3. إذا كان رقمها هو 1 نسحب كرة من U_1، أما إذا كان رقمها هو 2 فنسحب كرة من U_2.
   ا) ما هو احتمال الحصول على كرة حمراء.
   ب) علما أن الكرة المسحوبة حمراء ، ماهو احتمال كونها مسحوبة من U_1.
   (نسمي الأحداث التالية الحدث R: الكرة المسحوبة حمراء ، الحدث A_1: الكرة مسحوبة من الصندوق U_3 وتحمل الرقم 1 ، الحدث A_2: الكرة مسحوبة من الصندوق U_3 وتحمل الرقم 2 ، الحدث B: الكرة مسحوبة من الصندوق U_1)

التمرين الرابع: (07 نقاط)

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1;2\}$ كمايلي: $f(x)=\dfrac{3x^2-x-2}{x^2-x-2}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها ثم فسر النتائج هندسيا.

2) ا) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-1;2\}$ لدينا: $f'(x)=\dfrac{-2x(x+4)}{(x^2-x-2)^2}$
   ب) استنتج إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

3) ا) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) المقارب الأفقي له.
   ب) عين نقاط تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات.
   ج) ارسم المستقيمات المقاربة و المنحنى (C_f).
   د) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة:
   $(3-m)x^2+(m-1)x+2(m-1)=0$

4) ا) عين الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن -1 و 2 لدينا:
   $$f(x)=a+\frac{b}{x+1}+\frac{c}{x-2}$$
   ب) إستنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]2,+\infty[$.

5) لتكن $S(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات $y=3$ و $x=3$ و $x=\lambda$ حيث: λ عدد حقيقي ينتمي إلى المجال $]2,3[$.
   ا) أحسب المساحة $S(\lambda)$ بدلالة λ.

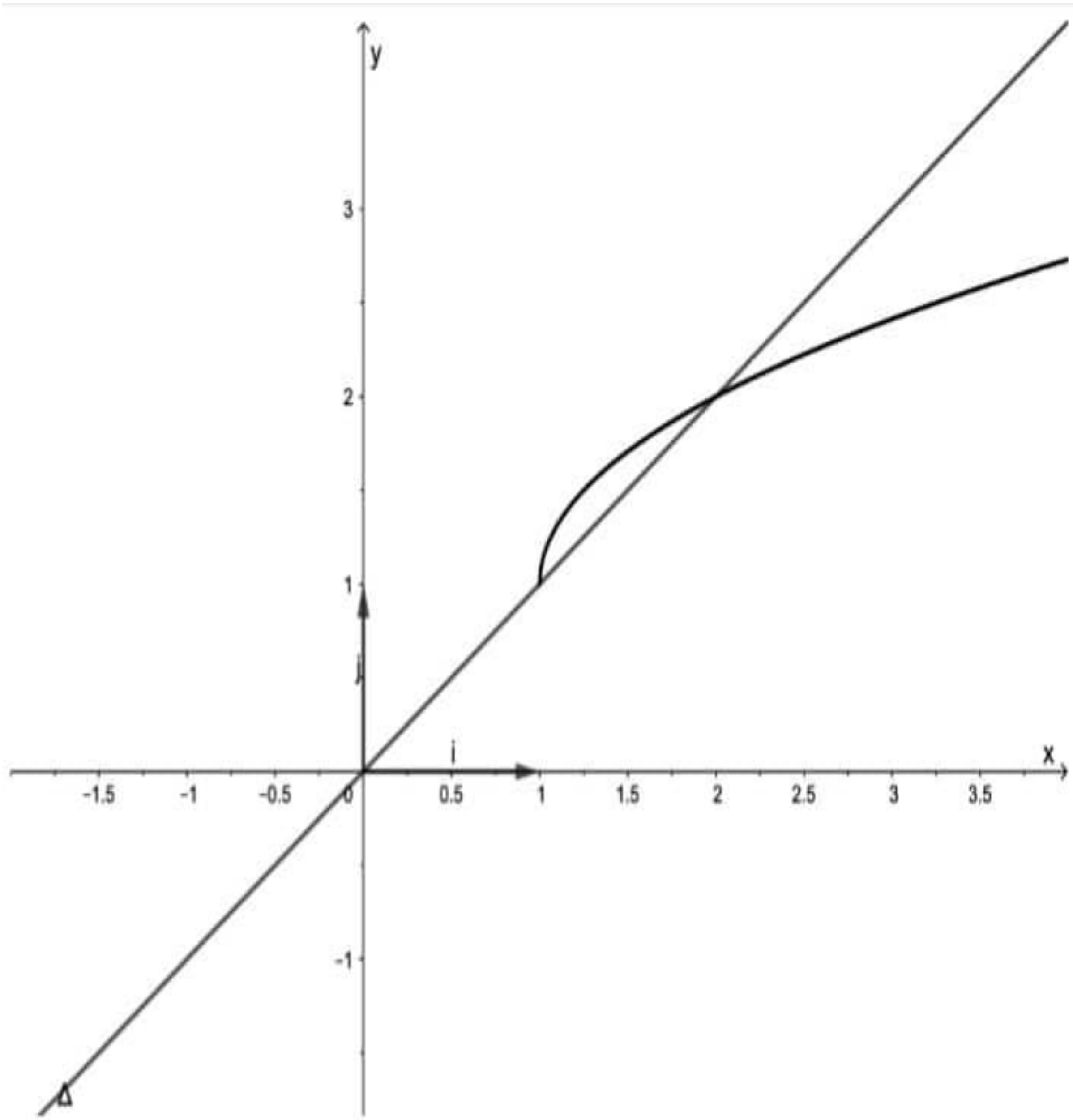
ب) أحسب $\lim_{\lambda \to 2} S(\lambda)$.

6) لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R} - \{-2, 2\}$ كمايلي: $g(x) = \dfrac{3x^2 - |x| - 2}{x^2 - |x| - 2}$

ا) برهن أن g دالة زوجية على مجموعة تعريفها.

ب) أدرس قابلية إشتقاق الدالة g عند $x_0 = 0$ وفسر النتيجة هندسيا.

7) أكتب الدالة g دون رمز القيمة المطلقة. و بإستعمال المنحنى (C_f) أنشئ المنحنى (C_g) الممثل للدالة g.



الشكل-1-

الحل النموذجي لبكالوريا التجريبية المقاطعة 1 لغرداية

دورة ماي 2019 الموضوع الاول

التمرين الأول: 4ن

المتتالية (u_n) المعرفة على N بـ: $\begin{cases} u_0=2 \\ u_{n+1}=5-\dfrac{4}{u_n} \end{cases}$

1- حساب u_2,u_1 $u_2=5-\frac{4}{3}=\frac{11}{3};u_1=5-\frac{4}{2}=3$

- البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي أنّ: $2\le u_n\le 4$

من أجل $n=0$ $u_0=2$ ومنه $2\le u_0\le 4$ محققة.

نفرض صحة الخاصية $P(n)$ من أجل كل $n\in N$ أي $2\le u_n\le 4$

نبرهن صحة الخاصية من أجل $n+1$ أي $2\le u_{n+1}\le 4$

لدينا $2\le u_n\le 4$ ومنه $\frac{1}{4}\le\frac{1}{u_n}\le\frac{1}{2}$ ومنه $-\frac{4}{4}\ge-\frac{4}{u_n}\ge-\frac{4}{2}$ تكافئ

$-1\ge-\frac{4}{u_n}\ge-2$ ومنه $4\ge 5-\frac{4}{u_n}\ge 3$ بالتعدي $2\le u_{n+1}\le 4$

ومنه حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع فإنه من أجل كل $n\in N$: $2\le u_n\le 4$

2- بيان أن (u_n) متزايدة $u_{n+1}-u_n=5-\frac{4}{u_n}-u_n=\frac{-u_n^2+5u_n-4}{u_n}$

نضع $x=u_n$ ولدينا $a+b+c=0$ ومنه

x	$-\infty$	1	4	$+\infty$
$-x^2+5x-4$	$-$	$+$	$-$	

وبما أنه $n\in N$: $2\le u_n\le 4$ فإن (u_n) متزايدة تماما على N

وبما أن (u_n) متزايدة تماما على N ومحدودة من الأعلى بالعدد 4 فإنها متقاربة.

3- البرهان إنه من أجل كل $n\in N$: $4-u_{n+1}\le\frac{4-u_n}{2}$

نبرهن أن $4-u_{n+1}-\frac{4-u_n}{2}\le 0$ ومنه

$$4-5+\frac{4}{u_n}-\frac{4-u_n}{2}=\frac{-2u_n+8-4u_n+u_n^2}{2u_n}=\frac{u_n^2-6u_n+8}{2u_n}$$

نضع $u_n=x$ ومنه $\Delta=4$ و $x_2=2;x_1=4$

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$
x^2-6x+8	$+$	$-$	$+$	

بما أنه $n\in N$: $2\le u_n\le 4$ فإن $\frac{u_n^2-6u_n+8}{2u_n}\le 0$

ومنه $n\in N$: $4-u_{n+1}\le\frac{4-u_n}{2}$

4- استنتاج أنه من أجل كل $n\in N$: $0\le 4-u_n\le\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

الطريقة 1- لدينا $n\in N$: $4-u_{n+1}\le\frac{4-u_n}{2}$ تكافئ

من أجل $n=0$ فإن $4-u_1\le\frac{4-u_0}{2}$

من أجل $n=1$ فإن $4-u_2\le\frac{4-u_1}{2}$

$\vdots$

من أجل $n-1$ فإن $4-u_n\le\frac{4-u_{n-1}}{2}$

لدينا $4-u_n\succ 0$ بضرب طرف لطرف نجد:

$$(4-u_1)(4-u_2)...(4-u_n)\le\frac{1}{2}(4-u_0)\frac{1}{2}(4-u_1)\frac{1}{2}(4-u_2)...\frac{1}{2}(4-u_{n-1})$$

بالتبسيط نجد $0\le 4-u_n\le\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ وهو المطلوب.

الطريقة 2- استعمال البرهان بالتراجع

حساب النهاية المتتالية (u_n): $0\le 4-u_n\le\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

لدينا $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}=0$ لأن: $-1\prec\frac{1}{2}\prec 1$

باستعمال النهاية بالحصر نجد $\lim\limits_{n\to\infty}4-u_n=0$ ومنه $\lim\limits_{n\to\infty}u_n=4$

التمرين الثاني: 5ن

$$z_D=\overline{z_C};z_C=3+2i\sqrt{3};z_B=\overline{z_A},z_A=i\sqrt{3}$$

1- بيان أن $\left(\frac{1+z_A}{2}\right)^{2019}+\left(\frac{1-z_A}{2}\right)^{2019}=-2$

$$\left(\frac{1+z_A}{2}\right)^{2019}+\left(\frac{1-z_A}{2}\right)^{2019}=\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{2}\right)^{2019}+\left(\frac{1-i\sqrt{3}}{2}\right)^{2019}$$

$$=\left(e^{i\frac{\pi}{3}}\right)^{2019}+\left(e^{-i\frac{\pi}{3}}\right)^{2019}=e^{i\frac{2019\pi}{3}}+e^{-i\frac{2019\pi}{3}}=e^{i673\pi}+e^{-i673\pi}$$

$$=\cos(673\pi)+i\sin(673\pi)+\cos(-673\pi)+i\sin(-673\pi)=-2$$

-تعيين قيم العدد الطبيعي بحيث $\left(\frac{1+z_A}{2}\right)^n-\left(\frac{1-z_A}{2}\right)^n=0$ يكافئ:

$$\left(\frac{1+z_A}{2}\right)^n-\left(\frac{1-z_A}{2}\right)^n=0$$

$$e^{i\frac{n\pi}{3}}-e^{-i\frac{n\pi}{3}}=0$$

$$\cos\left(\frac{n\pi}{3}\right)+i\sin\left(\frac{n\pi}{3}\right)-\cos\left(-\frac{n\pi}{3}\right)-i\sin\left(-\frac{n\pi}{3}\right)=0$$

ومنه $\cos\left(\frac{n\pi}{3}\right)+i\sin\left(\frac{n\pi}{3}\right)-\cos\left(\frac{n\pi}{3}\right)+i\sin\left(\frac{n\pi}{3}\right)=0$

$$2i\sin\left(\frac{n\pi}{3}\right)=0$$

ومنه $\sin\left(\frac{n\pi}{3}\right)=0$ يكافئ $\frac{n\pi}{3}=k\pi$ ومنه $n=3k$ $\left(k\in N\right)$

2- التحقق أن $\frac{z_C-z_A}{z_D-z_A}=\frac{z_D-z_B}{z_B-z_C}$

$$\frac{z_C-z_A}{z_D-z_A}=\frac{3+2i\sqrt{3}-i\sqrt{3}}{3-2i\sqrt{3}-i\sqrt{3}}=\frac{3+i\sqrt{3}}{3-3i\sqrt{3}}=\frac{\left(3+i\sqrt{3}\right)\left(1+i\sqrt{3}\right)}{3\left(1-i\sqrt{3}\right)\left(1+i\sqrt{3}\right)}=\frac{i\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{z_D-z_B}{z_B-z_C}=\frac{3-2i\sqrt{3}+i\sqrt{3}}{-i\sqrt{3}-3-2i\sqrt{3}}=\frac{3-i\sqrt{3}}{-3-3i\sqrt{3}}=\frac{\left(3-i\sqrt{3}\right)\left(1-i\sqrt{3}\right)}{-3\left(1+i\sqrt{3}\right)\left(1-i\sqrt{3}\right)}=\frac{i\sqrt{3}}{3}$$

ومنه $\frac{z_C-z_A}{z_D-z_A}=\frac{z_D-z_B}{z_B-z_C}$

لدينا $\frac{z_C-z_A}{z_D-z_A}=\frac{i\sqrt{3}}{3}$ ومنه المثلث ADC قائم في A والنقط A, C و D تنتمي إلي الدائرة ذات القطر $[CD]$

ولدينا $\frac{z_D-z_B}{z_B-z_C}=\frac{i\sqrt{3}}{3}$ ومنه المثلث BDC قائم في B والنقط B, C و D تنتمي إلي الدائرة ذات القطر $[CD]$

ومنه النقط A, B, C و D تنتمي إلى نفس الدائرة التي قطرها $[CD]$.

3- طبيعة الرباعي $ABCD$

الطريقة 1

لدينا $z_D=\overline{z_C}; z_B=\overline{z_A}$ نستنتج أن $(AB)//(CD)$ ..(1)

و النقط A, B, C و D تنتمي إلى نفس الدائرة التي قطرها $[CD]$

يكافئ $[AB]$ وتر ومنه $CD \succ AB$ ..(2)

من (1) و (2) نستنتج أن الرباعي $ABCD$ شبه منحرف متساوي الساقين.

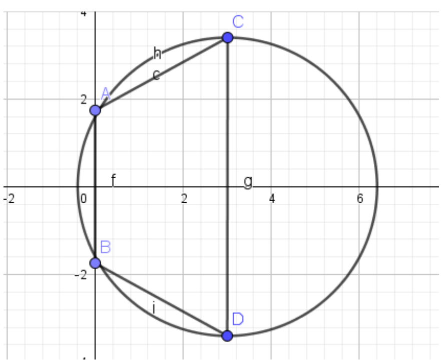
الطريقة 2

التوازي $(AB)//(CD)$ ..(1)

والقطران $[AD]$ و $[BC]$ غير متناصفان (3)

من (1) و (3) نستنتج أن الرباعي $ABCD$ شبه منحرف متساوي الساقين.

حساب المساحة:



النقطة F منتصف القطعة $[AB]$ و النقطة G منتصف القطعة $[DC]$

بما أن $(AB)//(CD)$ والنقط من نفس الدائرة فإن الارتفاع هو $[FG]$

ومنه $z_G=3; z_F=0$ ومنه $FG=3$

ومنه $AB=\left|z_B-z_A\right|=2\sqrt{3}$; $DC=\left|z_C-z_D\right|=4\sqrt{3}$ ومنه

$$S_{ABCD}=\frac{\left(AB+CD\right)}{2}\times FG=\frac{2\sqrt{3}+4\sqrt{3}}{2}\times 3=9\sqrt{3}\left(ua\right)$$

4- تعيين طبيعة التحويل f حيث $z'=\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}\left(z-z_A\right)+z_A$

$$\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}=\frac{3+2i\sqrt{3}-i\sqrt{3}}{-i\sqrt{3}-i\sqrt{3}}=\frac{\left(3+i\sqrt{3}\right)\times i\sqrt{3}}{-2i\sqrt{3}\times i\sqrt{3}}$$

$$=\frac{3i\sqrt{3}-3}{6}=\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$$

ومنه $z'-z_A=e^{i\frac{2\pi}{3}}\left(z-z_A\right)$ إذن طبيعة التحويل النقطي f هو دوران مركزه النقطة A وزاويته $\frac{2\pi}{3}$.

5- (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث $\left(z\neq z_A, z\neq z_B\right)$

$(E): Arg\left(z^2+3\right)=Arg\left(z+i\sqrt{3}\right)+2k\pi$ مع $\left(k\in Z\right)$

-بيان أن المجموعة (E) تكافئ $Arg\left(z-z_A\right)=2k\pi$

$$Arg\left(z^2+3\right)=Arg\left(z^2-\left(-3\right)\right)=Arg\left(z^2-\left(i^2\sqrt{3}^2\right)\right)$$

$$=Arg\left(z^2-\left(i\sqrt{3}\right)^2\right)=Arg\left(\left(z-i\sqrt{3}\right)\right)$$

$$=Arg\left(z-i\sqrt{3}\right)+Arg\left(z+i\sqrt{3}\right)$$

لدينا $(E): Arg\left(z^2+3\right)=Arg\left(z+i\sqrt{3}\right)+2k\pi$ بالتعويض نجد

$$Arg\left(z-i\sqrt{3}\right)+Arg\left(z+i\sqrt{3}\right)==Arg\left(z+i\sqrt{3}\right)+2k\pi$$

ومنه $Arg\left(z-z_A\right)=2k\pi$

طبيعة المجموعة (E) $\left(\vec{u};\overrightarrow{AM}\right)=2k\pi$ ومنه مجموعة النقط هي نصف المستقيم مبدأه A وموجه بالشعاع $\vec{u}$ باستثناء النقطة A

التمرين الثالث:4ن

I)– وردة حمراء نرمز لها بـ R وردة بيضاء نرمز لها بـ B و الصفراء بـ J.

السحب في آن واحد 3وردات ومنه عدد الامكانية الكلية $C_9^3=84$

1- قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X الذي يشمل عدد الوردات الصفراء المسحوبة $X=\{0;1;2\}$.

$$P\left(X=0\right)=\frac{C_7^3}{84}=\frac{35}{84}$$

$$P\left(X=2\right)=\frac{C_2^2C_7^1}{84}=\frac{7}{84};\ P\left(X=1\right)=\frac{C_2^1C_7^2}{84}=\frac{42}{84}=\frac{1}{2}$$

قانون الاحتمال للمتغير العشوائي

X	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{35}{84}$	$\frac{42}{84}$	$\frac{7}{84}$

الامل الرياضياتي: $E(x)=\frac{56}{84}$

$II)$– السحب على التوالي وبدون ارجاع:

1- الحدث A " اختيار ثلاث وردات من نفس اللون"

الحدث "اختيار وردتين على الأقل لونهما أحمر"

$$P(A)=\frac{A_4^3}{A_9^3}+\frac{A_3^3}{A_9^3}=\frac{5}{84}$$

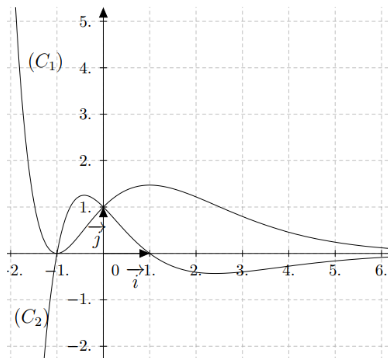
$$P(B)=\frac{A_4^2\times A_5^1}{A_9^3}\times 3+\frac{A_4^3}{A_9^3}=\frac{17}{42}$$

$$P(A\cap B)=\frac{A_4^3}{A_9^3}=\frac{1}{21}$$

2- $P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{1/21}{5/84}=\frac{4}{5}$

التمرين الرابع: 7ن

$I)$– 1- ارفاق كل من g و g' بمنحناها البياني



المنحنى (C_2) هو منحنى الدالة المشتقة g'.

المنحنى (C_1) هو منحنى الدالة g.

1- جدول التغيرات للدالة على المجال $\left[-\frac{3}{2};5\right]$

x	$-\frac{3}{2}$	-1	1	5
$g'(x)$	$-$	$+$	$-$	
$g(x)$	$1 \searrow$	$0 \nearrow$	$\frac{3}{2} \searrow$	$1/4$

2- معامل توجيه المماس للمنحنى عند النقطة ذات الفاصلة 0 هو $g'(0)=1$ انطلاقا من المنحنى (C_2)

$II)$– المعادلة التفاضلية (E): $y'+y=2(x+1)e^{-x}$

- بيان أن الدالة f_0 المعرفة على R بـ: $f_0(x)=(x^2+2x)e^{-x}$

حل للمعادلة (E) لدينا $f_0'(x)=(-x^2+2)e^{-x}$

ومنه

$$f_0'+f_0=f_0'(x)=(-x^2+2)e^{-x}+(x^2+2x)e^{-x}$$
$$=2(x+1)e^{-x}$$

ومنه الدالة f_0 حل للمعادلة (E)

1- حل المعادلة التفاضلية (E'): $y'+y=0$ تكافئ $y'=-y$

ومنه الحل العام للمعادلة (E') هي الدوال من الشكل $f(x)=Ce^{-x}$

حيث $C\in R$ ثابت.

2- بيان أن f حل للمعادلة (E) إذا وفقط إذا كانت الدالة $u=f-f_0$ حلا للمعالة (E')

أولا: - f حل للمعادلة (E) يكافئ: $f'-f=2(x+1)e^{-x}$

و الدالة u حل للمعادلة (E') يكافئ: $u'-u=0$

نفرض أن f حل للمعادلة (E) أن: $f'+f=2(x+1)e^{-x}$

نبرهن أن: $u'-u=0$ يكافئ

$$(f-f_0)'+(f-f_0)=f'-f_0'+f-f_0=(f'+f)-(f_0'+f_0)$$

لدينا $f_0'+f_0$ حل للمعادلة (E) من الجواب $(1-(II)$

و $f'+f$ حل للمعادلة (E) من الفرضية

ومنه $(f'+f)-(f_0'+f_0)=2(x+1)e^{-x}-2(x+1)e^{-x}=0$

ثانيا: نفرض أن u حل للمعادلة (E') أن: $u'+u=0$

نبرهن أن: f حل للمعادلة (E)

لدينا الدالة u حل للمعادلة (E') معناه: $(f'+f)-(f_0'+f_0)=0$

ومنه $(f'+f)=(f_0'+f_0)$ من الفرضية

لدينا f_0 حل للمعادلة (E) $f_0'+f_0=2(x+1)e^{-x}..(1)$

ومن الفرضية $f'+f=f_0'+f_0....(2)$

من (1) و (2) ينتج $f'+f=2(x+1)e^{-x}$

ومنه f حل للمعادلة (E)

ومنه من أولا و ثانيا نجد أن f حلا للمعادلة (E) إذا وفقط

إذا كان u حل للمعادلة (E')

3- استنتاج عبارة $f(x)$ عندما تكون f حل للمعادلة (E')

$$\begin{cases} y'+y=2(x+1)e^{-x} \\ y'+y=0 \end{cases}$$

لدينا مما سبق f حل للمعادلة (E) و u حل للمعادلة (E')

ولدينا حلول المعادلة (E') هي $u(x)=Ce^{-x}$

ومنه $f-f_0=Ce^{-x}$ يكافئ $f=f_0+Ce^{-x}$

ومنه $f(x)=(x^2+2x+C)e^{-x}$

4- g حلا للمعادلة (E) و المنحنى البياني يشمل النقطة $(0;1)$

ومنه $g(x)=(x^2+2x+1)e^{-x}$

5- h حلا للمعادلة (E) و المنحنى البياني يقبل مماس عن النقطة ذات الفاصلة 0 معامل توجيهه معدوم يكافئ $h'(0)=0$

لدينا $h(x)=(x^2+2x+C)e^{-x}$

ومنه $h'(x)=(-x^2+2-C)e^{-x}$

$h'(0)=0$ ومنه $C=2$

إذا $h(x)=(x^2+2x+2)e^{-x}$

III)– $f(x)=(x^2+2x+2)e^{-x}$ $\quad D_f=R$

1- حساب النهايات $\lim_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$; $\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$;

2- دراسة اتجاه التغير $f'(x)=-x^2e^{-x}$

ومنه $f'(x)\le 0$ ومنه الدالة f متناقصة تماما على R

جدول التغيرات

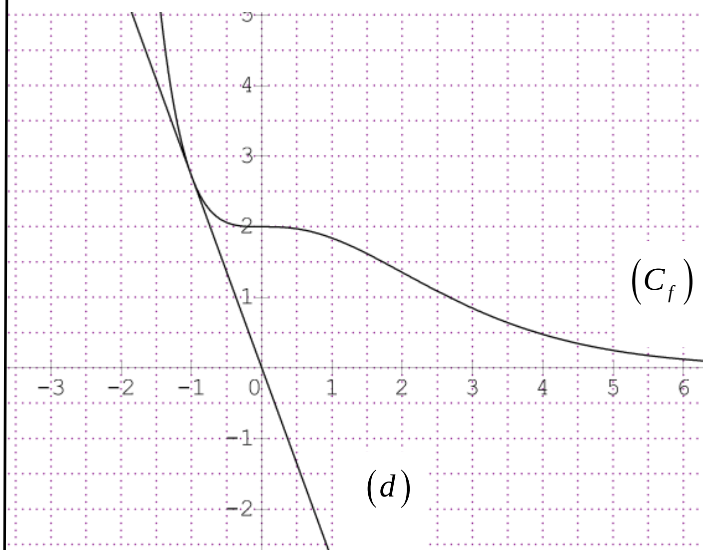
x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	2	↘ 0

3- أ- تعيين (d) معادلة المماس عند النقطة ذات الفاصلة -1.

$y=f'(-1)(x+1)+f(-1)$

ومنه معادلة المستقيم (d) هي: $y=-ex$

ب- انشاء المنحنى (C_f) (d)



4- $F(x)=(ax^2+bx+c)e^{-x}$

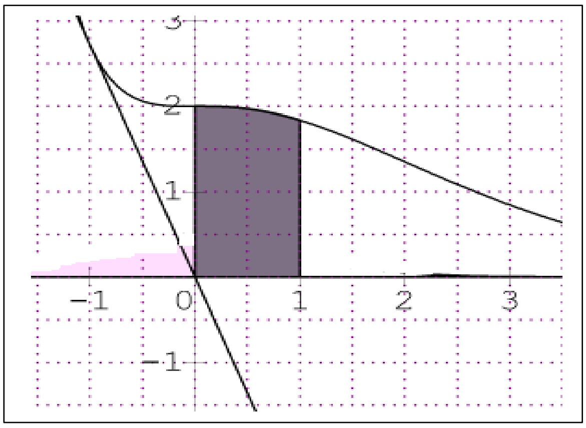
أ- تعيين الاعداد الحقيقية a,b و c حتى تكون F دالة اصلية لـ f على R

يكافئ $F'(x)=f(x)$ ومنه $F'(x)=(-ax^2+(2a-b)x+b-c)e^{-x}$

بالمطابقة نجد: $\begin{cases} -a=1 \\ 2a-b=2 \\ b-c=2 \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} a=-1 \\ b=-4 \\ c=-6 \end{cases}$

ومنه $F(x)=(-x^2-4x-6)e^{-x}$

ب- حساب S مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) و $x=0$; $x=1$; $y=0$



$$I=\int_0^1 f(x)\,dx=\left[F(x)\right]_0^1=-11e^{-1}+6(ua)$$

ومنه $S=I\times\|\vec{i}\|\times\|\vec{j}\|=4(-11e^{-1}+6)cm^2$

انتهى بالتوفيق

الأستاذ قشار صالح

الحل النموذجي للبكالوريا التجريبية المقاطعة 1 لغرداية

دورة ماي 2019 — الموضوع الثاني

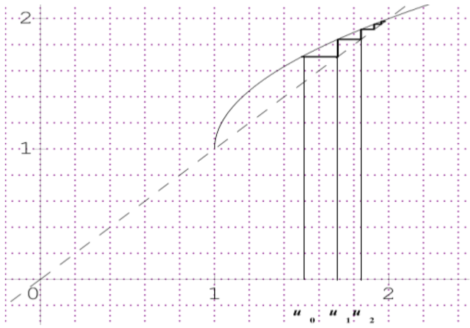
التمرين الاول:4ن

f الدالة العددية المعرفة على $]1;+\infty[$ بالشكل $f(x)=1+\sqrt{x-1}$

(C_f) منحنها البياني و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=x$

(u_n) متتالية عددية معرفة على N بـ: $u_0=3/2$ $\quad u_{n+1}=f(u_n)$

1- أ- التمثيل على محور الفواصل الحدود u_2,u_1,u_0



ب- تخمين اتجاه المتتالية (u_n)

بما أن $u_0 \prec u_1 \prec u_2$ فإن (u_n) متزايدة تماما على N ومتقاربة نحو العدد 2.

جـ- البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $1 \prec u_n \prec 2$

من أجل $n=0$ $\quad u_0=\frac{3}{2}$ ومنه $1 \prec u_0 \prec 2$ ومنه محققة

نفرض صحة الخاصية $P(n)$ من أجل $n \in N$ أي: $1 \prec u_n \prec 2$

نبرهن صحة الخاصية $P(n+1)$ أي: $1 \prec u_{n+1} \prec 2$

لدينا: $1 \prec u_n \prec 2$ ومنه $0 \prec u_n-1 \prec 1$ ومنه $0 \prec \sqrt{u_n-1} \prec 1$

ومنه $1 \prec 1+\sqrt{u_n-1} \prec 2$ ومنه $1 \prec u_{n+1} \prec 2$

ومنه حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع فإنه من أجل $n \in N$ فإن $1 \prec u_n \prec 2$

2- اثبات أن (u_n) متزايدة تماما على N

$$u_{n+1}-u_n=1+\sqrt{u_n-1}-u_n=\sqrt{u_n-1}-(u_n-1)$$

$$=\frac{\left(\sqrt{u_n-1}-(u_n-1)\right)\left(\sqrt{u_n-1}+(u_n-1)\right)}{\sqrt{u_n-1}+(u_n-1)}$$

$$=\frac{-u_n^2+3u_n-2}{\sqrt{u_n-1}+(u_n-1)}$$

نضع $x=u_n$ ولدينا $a+b+c=0$ ومنه

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$-x^2+5x-4$	$-$	$+$		$-$

وبما أنه $n \in N$: $1 \prec u_n \prec 2$ فإن (u_n) متزايدة تماما على N

وبما أن (u_n) متزايدة تماما على N ومحدودة من الأعلى بالعدد 2 فإنها متقاربة.

3- (v_n) متتالية معرفة على N بـ: $v_n=\ln(u_n-1)$

أ- اثبات أن (v_n) هندسية مع تعيين الأساس والحد الأول

$$v_{n+1}=\ln(u_{n+1}-1)=\ln\left(1+\sqrt{u_n-1}-1\right)=\ln(u_n-1)^{\frac{1}{2}}$$

$$=\frac{1}{2}\ln(u_n-1)=\frac{1}{2}v_n$$

ومنه (v_n) هندسية أساسها $q=\frac{1}{2}$ و حدها الاول $v_0=-\ln 2$

ب- عبارة الحد العام $v_n=-\ln 2\left(\frac{1}{2}\right)^n$

- حساب $\lim\limits_{n\to\infty} u_n$ لدينا $v_n=\ln(u_n-1)$ يكافئ $e^{v_n}=u_n-1$

ومنه $u_n=e^{v_n}+1$

$\lim\limits_{n\to\infty} v_n=0$ لأن $-1 \prec q \prec 1$ ومنه $\lim\limits_{n\to\infty} u_n=\lim\limits_{n\to\infty} e^{v_n}+1=2$

4- حساب $\Pi_n=(u_0-1)(u_1-1).....(u_n-1)$

لدينا $e^{v_n}=u_n-1$ ومنه $\Pi_n=(u_0-1)(u_1-1).....(u_n-1)$ يكافئ

ومنه $\Pi_n=e^{v_0}e^{v_1}....e^{v_n}$ ومنه $\Pi_n=e^{v_0+v_1+....+v_n}$

$$\Pi_n=e^{\left[-\ln 2\left(\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1-\frac{1}{2}}\right)\right]}=e^{\left[-2\ln 2\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right)\right]}$$

حساب $S_n=v_0^2+v_1^2+.....+v_n^2$

بما أن (v_n) هندسية أساسها $q=\frac{1}{2}$ و حدها الاول $v_0=-\ln 2$

فإن (v_n^2) هندسية أساسها $q^2=\frac{1}{4}$ و حدها الاول $v_0^2=(\ln 2)^2$

ومنه $$S_n=v_0^2\left[\frac{1-\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}}{1-\frac{1}{4}}\right]=4(\ln 2)^2\left[\frac{1-\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}}{3}\right]$$

التمرين الثاني:5ن

1- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $(z+\sqrt{3}-3i)(z^2-6z+12)=0$

يكافئ: $(z^2-6z+12)=0$ أو $(z+\sqrt{3}-3i)=0$

ومنه $\Delta=-12=i^2 12$ أو $z=-\sqrt{3}+3i$

ومنه $\Delta=2i\sqrt{3}$ ومنه الحلين

$$z_2=\overline{z_1}=3-i\sqrt{3},\quad z_1=\frac{6+2i\sqrt{3}}{2}=3+i\sqrt{3}$$

2- $z_A=3+i\sqrt{3},\ z_B=3-i\sqrt{3},\ z_c=-\sqrt{3}+3i$

أ- كتابة كلا من $z_A, z_c, \frac{z_c}{z_A}$ على الشكل الاسي

$$z_A=2\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{6}},\ z_c=2\sqrt{3}e^{i\frac{2\pi}{3}}$$

ومنه $$\frac{z_c}{z_A}=\frac{2\sqrt{3}e^{i\frac{2\pi}{3}}}{2\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{6}}}=e^{i\left[\frac{2\pi}{3}-\frac{\pi}{6}\right]}=e^{i\frac{\pi}{2}}$$

منه طبيعة المثلث OAC قائم في O ومتساوي الساقين.

ب- حساب

$$\left(\frac{z_A}{2\sqrt3}\right)^{1440}+i\left(\frac{z_C}{2\sqrt3}\right)^{2019}=\left(\frac{2\sqrt3e^{i\frac{\pi}{6}}}{2\sqrt3}\right)^{1440}+i\left(\frac{2\sqrt3e^{-i\frac{\pi}{6}}}{2\sqrt3}\right)^{2019}$$

$$=\left(e^{i\frac{\pi}{6}}\right)^{1440}+i\left(e^{-i\frac{\pi}{6}}\right)^{2019}=e^{i\frac{1440\pi}{6}}+ie^{-i\frac{2019\pi}{6}}$$

$$=e^{i240\pi}+ie^{-\frac{673}{2}\pi}$$

$$=\cos(240\pi)+i\sin(240\pi)+i\cos\left(336\pi+\frac{\pi}{2}\right)+\sin\left(336\pi+\frac{\pi}{2}\right)$$

$$=2$$

3- النقطة D نظيرة النقطة C بالنسبة إلى محور الفواصل ومنه $z_D=\overline{z_C}$

بيان أن المستقيمين $(BC),(AD)$ متعامدان

$$\frac{z_D-z_A}{z_C-z_B}=\frac{-\sqrt3-3i-3-i\sqrt3}{-\sqrt3+3i-3+i\sqrt3}=-\frac{3+\sqrt3+i\left(3+\sqrt3\right)}{-\left(3+\sqrt3\right)+i\left(3+\sqrt3\right)}$$

$$=-\frac{i\left[3+\sqrt3+i\left(3+\sqrt3\right)\right]}{i\left[-\left(3+\sqrt3\right)+i\left(3+\sqrt3\right)\right]}=-i\frac{\left[3+\sqrt3+i\left(3+\sqrt3\right)\right]}{-\left[3+\sqrt3+i\left(3+\sqrt3\right)\right]}$$

$$=i$$

ومنه $(BC)\perp(AD)$

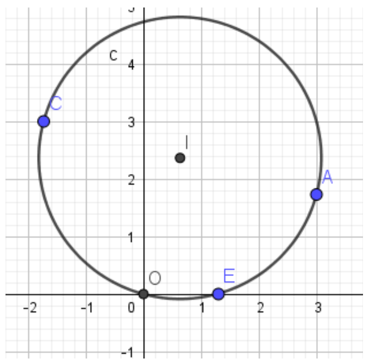
4- تعيين نسبة وزاوية التشابه المباشر S الذي مركزه $E\left(3-\sqrt3,0\right)$

ويحول النقطة A إلى النقطة C نحل الجملة $\begin{cases}z_C=az_A+b\\z_E=az_E+b\end{cases}$

ومنه $a=\dfrac{z_C-z_E}{z_A-z_E}=\dfrac{-\sqrt3+3i-3+\sqrt3}{3+i\sqrt3-3+\sqrt3}=i\sqrt3$

ومنه النسبة $\sqrt3$ وزاويته $\theta=\dfrac{\pi}{2}$.

5- بيان ان النقط C,O,E,A تنتمي إلى نفس الدائرة



نبين أن $\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OC}\right)=\left(\overrightarrow{EA};\overrightarrow{EC}\right)$

لدينا مما سبق $\dfrac{z_c-z_0}{z_A-z_0}=i$

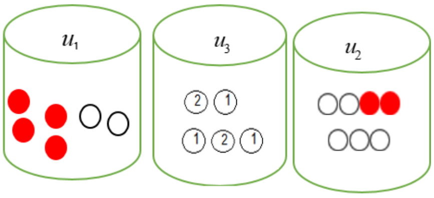
ولدينا التشابه المباشر S الذي مركزه $E\left(3-\sqrt3,0\right)$

ويحول النقطة A إلى النقطة C وزاويته $\theta=\dfrac{\pi}{2}$ ومنه $\left(\overrightarrow{EA};\overrightarrow{EC}\right)=\dfrac{\pi}{2}$

ومنه النقط A,E,O,C تنتمي إلى نفس الدائرة

ذات المركز $\left(\dfrac{3-\sqrt3}{2};\dfrac{\sqrt3+3}{2}\right)$ ونصف القطر $r=\sqrt6$

التمرين الثالث:4ن



1- سحب في آن واحد 3 كرات من u_1

أ- عدد الحالات الممكنة: $C_7^3=35$

ب- احتمال الحصول على كرات من نفس اللون $\dfrac{C_4^3+C_3^3}{C_7^3}=\dfrac{5}{35}$

جـ- احتمال كرة بيضاء على الأقل $\dfrac{C_3^1C_4^2+C_3^2C_4^1+C_3^3}{C_7^3}=\dfrac{31}{35}$

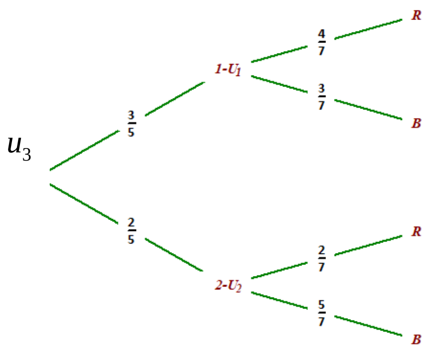
د- تحديد قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X الذي يساوي عدد الكرات البيضاء المسحوبة $P(X=0)=\dfrac{C_4^3}{35}=\dfrac{4}{35}$; $P(X=1)=\dfrac{C_3^1C_4^2}{35}=\dfrac{18}{35}$

$P(X=2)=\dfrac{C_3^2C_4^1}{35}=\dfrac{12}{35}$; $P(X=3)=\dfrac{C_3^3}{35}=\dfrac{1}{35}$

X	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{4}{35}$	$\frac{18}{35}$	$\frac{12}{35}$	$\frac{1}{35}$

أ- احتمال سحب كرة حمراء

$$P(R)=\frac{3}{5}\times\frac{4}{7}+\frac{2}{5}\times\frac{2}{7}=\frac{16}{35}$$



ب- $P_R\left(u_{1(R)}\right)=\dfrac{\frac{12}{35}}{\frac{16}{35}}=\dfrac{3}{4}$

التمرين الرابع:7ن

f الدالة المعرفة على $R-\{-1;2\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{3x^2-x-2}{x^2-x-2}$

1- حساب النهايات: $\lim\limits_{|x|\to+\infty}f(x)=3$; $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}-1}f(x)=+\infty$

$\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1}f(x)=-\infty$; $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}2}f(x)=-\infty$; $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}2}f(x)=+\infty$

المستقيمات المقاربة: $x=2$; $x=-1$; $y=3$

2- دراسة اتجاه تغير الدالة f

أ- بيان أنه من أجل كل x من $R-\{-1;2\}$ فإن: $f'(x)=\dfrac{-2x(x+4)}{\left(x^2-x-2\right)^2}$

$$f'(x)=\frac{(6x-1)\left(x^2-x-2\right)-(2x-1)\left(3x^2-x-2\right)}{\left(x^2-x-2\right)^2}$$

$$= \frac{6x^3-6x^2-12x-x^2+x+2-6x^3+2x^2+4x+3x^2-x-2}{\left(x^2-x-2\right)^2}$$

$$= \frac{-2x^2-8x}{\left(x^2-x-2\right)^2} = \frac{-2x(x+4)}{\left(x^2-x-2\right)^2}$$

- دراسة اتجاه التغير:

x	$-\infty$		-4		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	‖	$+$	0	$-$	‖	$-$	

ومنه الدالة f متناقصة تماما على $]2;+\infty[\,,[0;2[\,,]-\infty;-4]$

ومتزايدة تماما على $]-1;0]\,,[4;-1[$

- جدول التغيرات

x	$-\infty$		-4		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	‖	$+$	0	$-$	‖	$-$	
$f(x)$	3	$\searrow$	$\frac{25}{9}$	$\nearrow$	$+\infty$ ‖ $-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	3

3- دراس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ) $\quad y=3$

$$f(x)-3=\frac{3x^2-x-2}{x^2-x-2}-3=\frac{2x+4}{x^2-x-2}$$

x	$-\infty$ $\qquad$ -2	-1	2	$+\infty$
x^2-x-2	$+$	$+$	$-$	$+$
$2x+4$	$-$	$+$	$+$	$+$
$f(x)-3$	$-$	$+$	$-$	$+$

ومنه المنحنى (C_f) فوق المستقيم (Δ) على $]2;+\infty[\,,]-2;1[$

و المنحنى (C_f) تحت المستقيم (Δ) على $]-1;2[\,,]-\infty;-2[$

و المنحنى (C_f) يقطع المستقيم (Δ) في النقطة $(-2;3)$

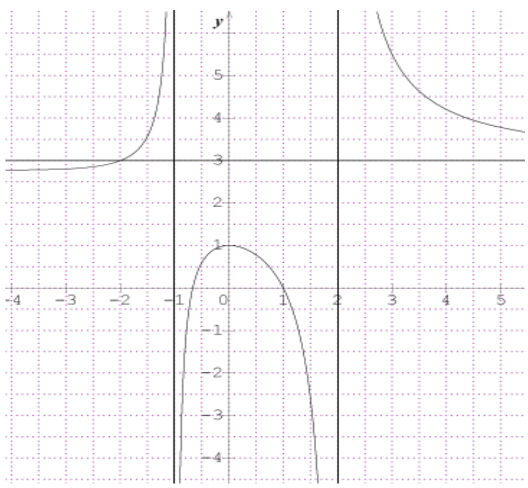
ب- نقاط التقاطع مع محوري الاحداثيات

محور التراتيب $f(0)=1$;محور الفواصل $f(x)=0$

ومنه $\frac{3x^2-x-2}{x^2-x-2}=0$ يكافئ $3x^2-x-2=0$

ومنه $\Delta=25$, $x_1=1$, $x_2=\frac{-2}{3}$ ومنه $s=\left\{(1;0),\left(\frac{-2}{3};0\right)\right\}$

جـ - انشاء المنحنى



د- المناقشة البيانية:

$$(3-m)x^2+(m-1)x+2(m-1)=0$$

$$3x^2-mx^2+mx-x+2m-2=0$$

$$3x^2-x-2=mx^2-mx-2m$$

ومنه
$$3x^2-x-2=m\left(x^2-x-2\right)$$

ومنه
$$\frac{3x^2-x-2}{x^2-x-2}=m$$

ومنه $f(x)=m$ ومنه حلول المعادلة هي نقط تقاطع المنحنى (C_f) والمستقيم $y=m$ (مناقشة افقية)

$m\in]-\infty;1[$ المعادلة تقبل حلين مختلفين في الإشارة.

$m=1$ المعادلة تقبل حل مضاعف معدوم.

$m\in\left]1;\frac{25}{9}\right[$ المعادلة لا تقبل حلول.

$m=\frac{25}{9}$ المعادلة تقبل حل مضاعف سالب.

$m\in\left]\frac{25}{9};3\right[$ المعادلة تقبل حلين سالبين.

$m=\frac{25}{9}$ المعادلة تقبل حل مضاعف سالب.

$m=3$ المعادلة تقبل حل سالب.

$m\in]3;+\infty[$ المعادلة تقبل حلين موجبين وحل سالب.

4- أ- تعيين قيم الاعداد الحقيقية c,b,a بحيث $f(x)=a+\frac{b}{x+1}+\frac{c}{x-2}$

ومنه
$$f(x)=\frac{ax^2+(b-a+c)x+c-2a-2b}{x^2-x-2}$$

بالمطابقة نجد: $\begin{cases}a=3\\ b-a+c=-1\\ c-2a-2b=-2\end{cases}$ ومنه $\begin{cases}a=3\\ b+c=2\\ c-2b=4\end{cases}$ ومنه $\begin{cases}a=3\\ b=-\frac{2}{3}\\ c=\frac{8}{3}\end{cases}$

ومنه $f(x)=3-\frac{\frac{2}{3}}{x+1}+\frac{\frac{8}{3}}{x-2}$ وتكافئ $f(x)=3-\frac{2}{3}\times\frac{1}{x+1}+\frac{8}{3}\times\frac{1}{x-2}$

ب- استنتاج الدالة الاصلية للدالة f

$F(x)=3x-\frac{2}{3}\ln|x+1|+\frac{8}{3}\ln|x-2|+c$ حيث $c\in R$ ثابت

5- أ- حساب مساحة الحيز المحدد بـ: (C_f) والمستقيمات $x=\lambda, x=3, y=3$

حيث $\lambda\in]2;3[$

$$S(\lambda)=\int_\lambda^3 f(x)dx=\left[F(x)\right]_\lambda^3=\left[3x-\frac{2}{3}\ln|x+1|+\frac{8}{3}\ln|x-2|\right]_\lambda^3$$

$$S(\lambda)\ =9-\frac{2}{3}\ln 4-3\lambda+\frac{2}{3}\ln(\lambda+1)-\frac{8}{3}\ln(\lambda-2)(ua)$$

ب- $\lim\limits_{\lambda \xrightarrow{>} 2} S(\lambda)=+\infty$ لأن $\lim\limits_{\lambda \xrightarrow{>} 2} -\frac{8}{3}\ln(\lambda-2)=+\infty$

6- g الدالة المعرفة على $R-\{-2;2\}$ بـ: $g(x)=\dfrac{3x^2-|x|-2}{x^2-|x|-2}$

أ- بيان أن g دالة زوجية

لدينا D_g متناظرة بالنسبة للمبدأ O أي من أجل كل $x\in D_g$ فإن $-x\in D_g$

لدينا $|-x|=|x|$ ومنه

$$g(-x)=\frac{3(-x)^2-|-x|-2}{(-x)^2-|-x|-2}=\frac{3x^2-|x|-2}{x^2-|x|-2}=g(x)$$

ومنه g دالة زوجية.

ب- دراسة قابلية الاشتقاق عند $x_0=0$

$$\lim_{x\xrightarrow{<}0}\frac{g(x)-g(0)}{x-0}=g'(0)=f'(0)=0$$

$$\lim_{x\xrightarrow{>}0}\frac{g(x)-g(0)}{x-0}=g'(0)=f'(0)=0$$

ومنه الدالة g تقبل الاشتقاق عند $x_0=0$ وتقبل مماس افقي

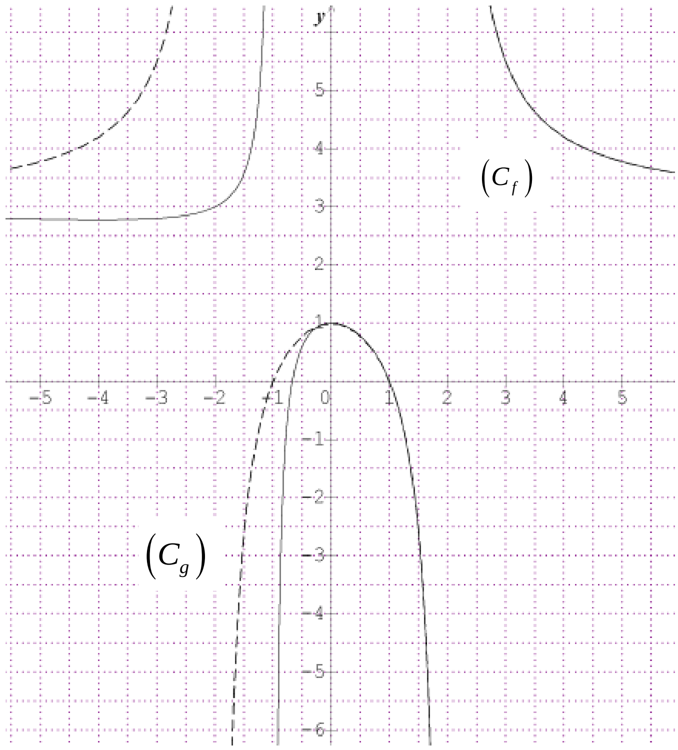
7- كتابة الدالة g دون رمز القيمة المطلقة.

$$\begin{cases} g(x)=f(x) & x\geq 0 \\ g(x)=f(-x) & x\leq 0 \end{cases}$$

ومنه المنحنى (C_f) و (C_g) متطابقان من أجل $x\geq 0$

ومن أجل $x\leq 0$ فإن المنحنى (C_g) نظير المنحنى (C_f) بالنسبة لمحور التراتيب.

أي نحتفظ بالجزء من المنحنى الواقع في الربع 1و4 ونرسم نظيرهما بالنسبة لمحور التراتيب.



∞ انتهى بالتوفيق والنجاح والتّميز ∞

لكل الطلبة الأعزاء في اجتياز شهادة

البكالوريا 2019

الأستاذ: قشار صالح